

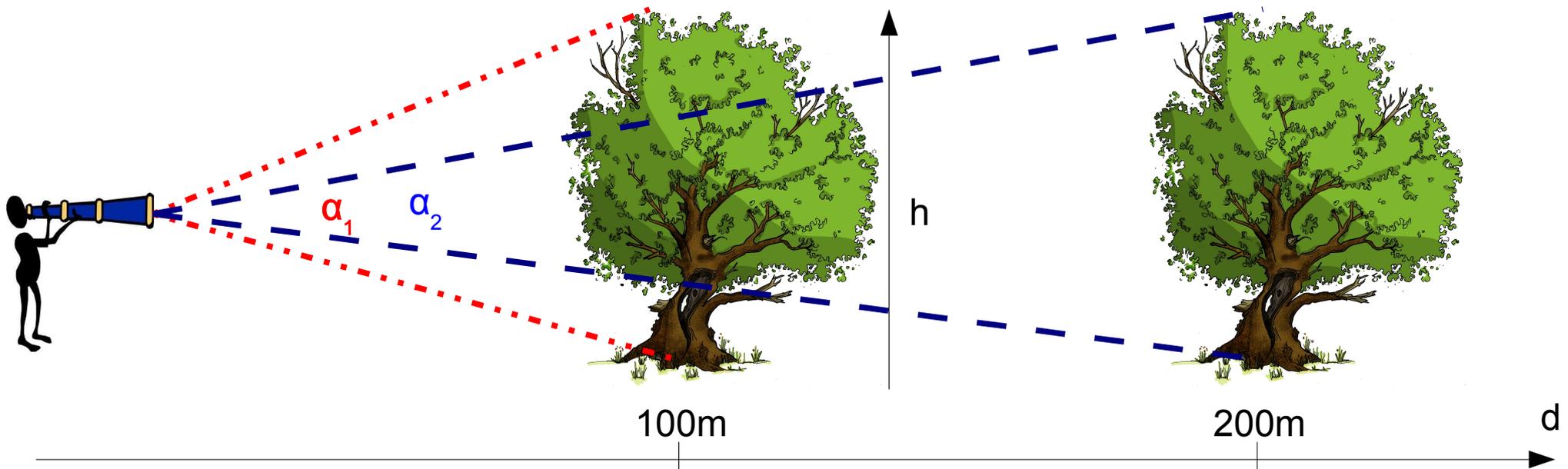
# Distance dans l'Univers

Mesurer l'Univers  
Première partie Système solaire

# Difficultés de la mesure de distance

- Petite illustration
  - En 1963, durant la guerre froide, un traité interdit les essais nucléaires dans l'espace
  - Les USA lancent les satellites espions VELA pour surveiller le respect du traité (Mesure des rayonnements dues à une explosion nucléaire)
  - En 1967, avec l'amélioration des détecteurs, 2 satellites VELA rendent compte de la détection de rayon gamma.
    - S'agit-il d'une bombe (émission proche) ?
    - S'agit-il d'un phénomène astronomique (émission lointaine) ?
  - On constate que ces émissions sont périodiques, tous les quinze jours. Il ne s'agit donc sûrement pas d'une bombe, aucun état ne pourrait faire un essai nucléaire tous les 15 jours.
  - Ce n'est qu'en 1973 que ces données sont rendues public. Avec l'amélioration des détecteurs, on a découvert des milliers de sources. Mais impossible de connaître leurs distances. Impossible donc de détecter des essais nucléaires interdits
  - Plus de 100 mécanismes sont imaginés par les astronomes pour expliquer le phénomène
  - A un moment, il y avait moins d'émissions de rayons que de théories pour l'expliquer
  - En 1973, c'est une énigme. Impossible de connaître la distance et la raison de ce phénomène
  - Ce n'est qu'en 1997 qu'on identifiera le type d'objet dont la lumière nous parvient du plus profond de l'Univers "Les QUASARS". Le plus lointain que l'on détecte se situe à près de 13 milliards d'années lumières.

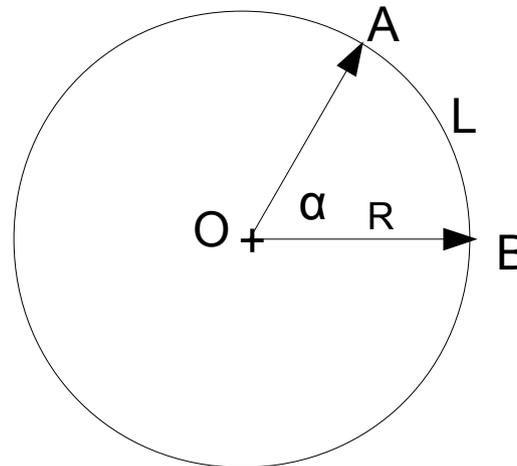
# Dans la vie de tous les jours



Pour  $\alpha$  petit, si  $\alpha$  est exprimé en radians (rd) :

$$\alpha = h/d$$

On voit que si on connaît  $h$ , on connaît  $d$



$L$  longueur de l'arc AB  
 $R$  rayon du cercle  
 $\alpha$  Angle AOB en radian  
 $\alpha = L/R$

Longueur de l'arc pour tout le cercle =  $2\pi R$

Pour le cercle complet :

$360^\circ = 2\pi$  radians

$1^\circ = \pi/180$  radians

# Première étape, la Terre

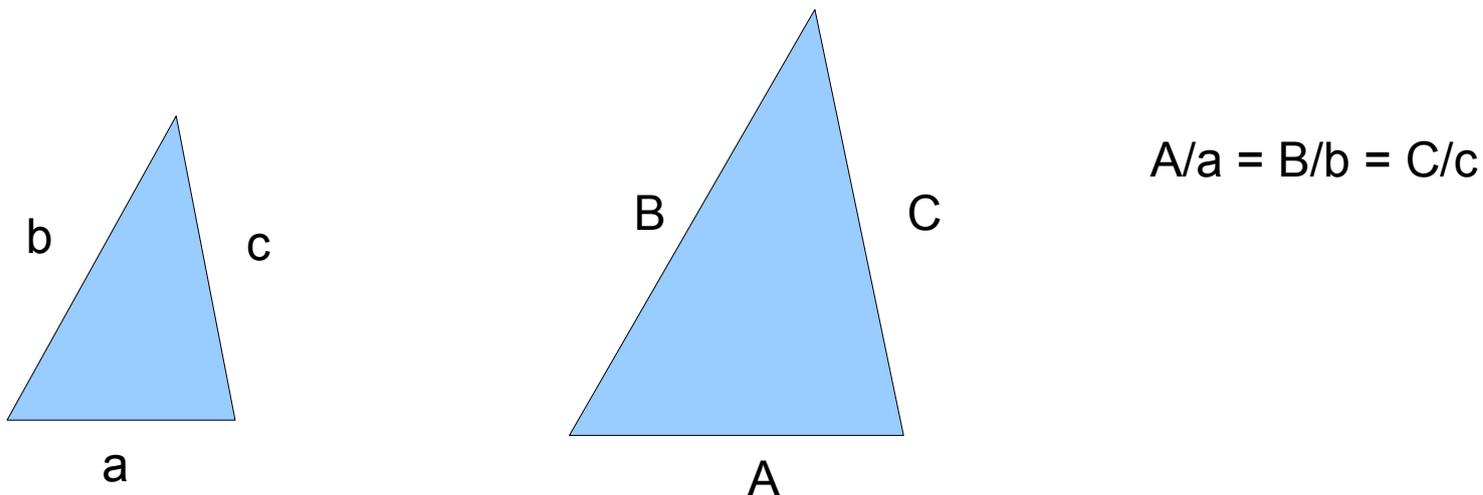
- Le début de la géométrie
  - Le mot géométrie vient des Grecques. Il signifie Terre et mesure
  - Les Égyptiens avaient une approche pratique. Ils avaient des spécialistes qui mesuraient les distances à l'aide d'une corde marquée par des intervalles réguliers
    - Les pyramides sont la preuve que cela fonctionnait
    - Les géomètres Égyptiens n'ont jamais eu une approche mathématiques de la géométrie
  - Les Babyloniens développèrent une arithmétique sexagésimale (base 60 au lieu de 10). Cette base fût choisie car elle a beaucoup de diviseurs (2, 3, 4, 5, 6 , 10, 15, 20, 30)
    - Si on divise le cercle en 360 parties égales (6x60) on obtient le degrés (°)
    - Le Soleil semble décrire un cercle dans le ciel. Les Babyloniens avaient déjà choisi de diviser ce cercle en 360 parties
  - Si on divise le degrés en 60 parties égales on obtient la minute d'arc (')
  - Si on divise la minute en 60 parties égales on obtient la seconde d'arc (")

# Première étape, la Terre (suite)

- Le début de la géométrie (suite)
  - Comme nous l'avons vu, on peut exprimer la taille d'un objet céleste par son diamètre apparent
    - La Lune 30' d'arc. Pour voir un objet de 30cm de diamètre avec un diamètre apparent de 30' d'arc, il faut le placer à 33m
    - Mars en opposition périhélique 25" d'arc
    - Mars en opposition aphélique 13" d'arc
    - La grande ourse 25°
  - Les angles peuvent aussi être évalués en radians. Une révolution complète représente  $2\pi$  radians ( $1 \text{ rad} = 57.3^\circ$  et  $1^\circ = 4.86 \times 10^{-6} \text{ rad}$ )

# Une Terre plate

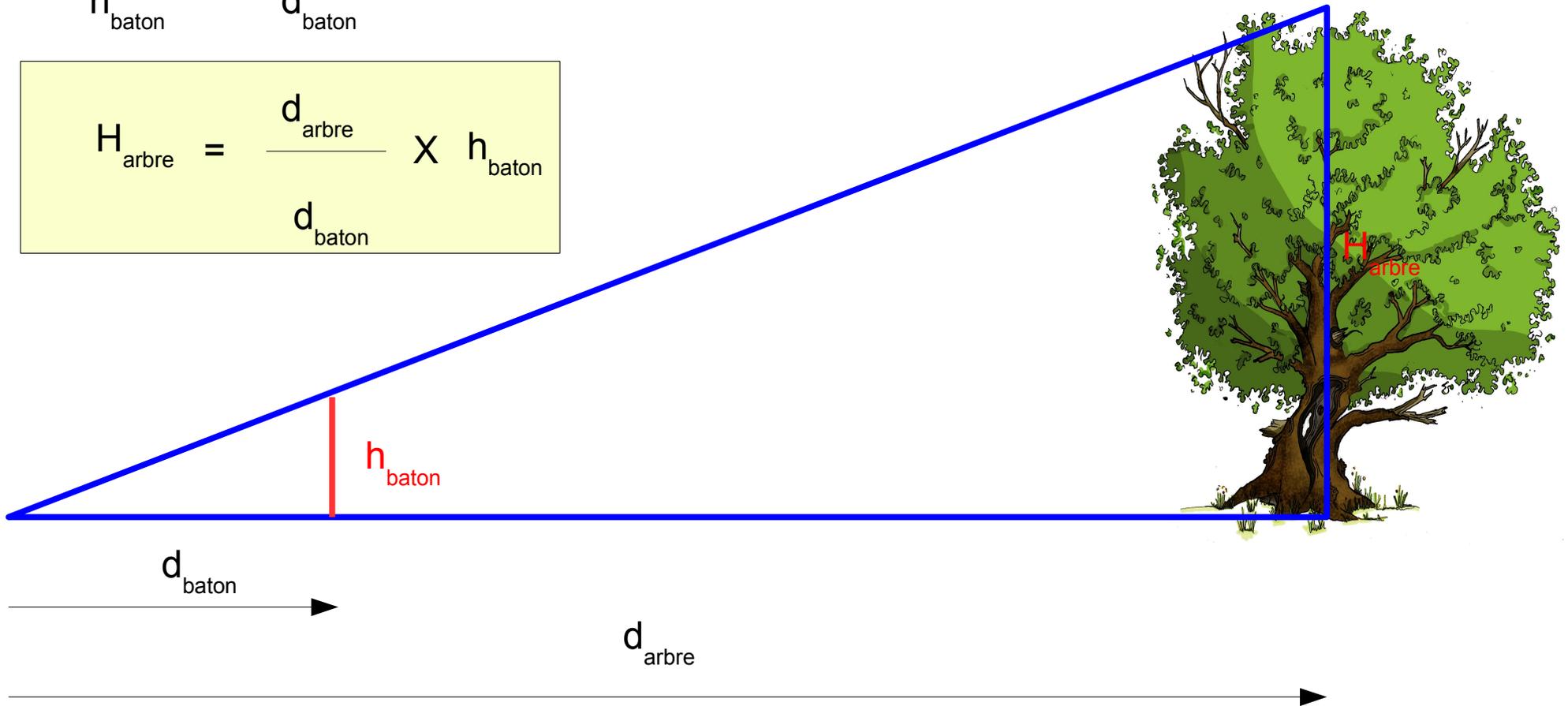
- Thalès est une figure mythique (624 à 546 avant Jésus Christ). Les Grecques le considéreront comme le fondateur des mathématiques, des sciences et de la philosophie.
- Comment Thalès calcula la hauteur des pyramides de Giza?
  - Thalès fît la proposition suivante :
    - Imaginons deux triangles semblables (leur angles sont égaux 2 à 2), alors le rapport de leurs cotés sont égaux



# Application Thalès

$$\frac{H_{\text{arbre}}}{h_{\text{baton}}} = \frac{d_{\text{arbre}}}{d_{\text{baton}}}$$

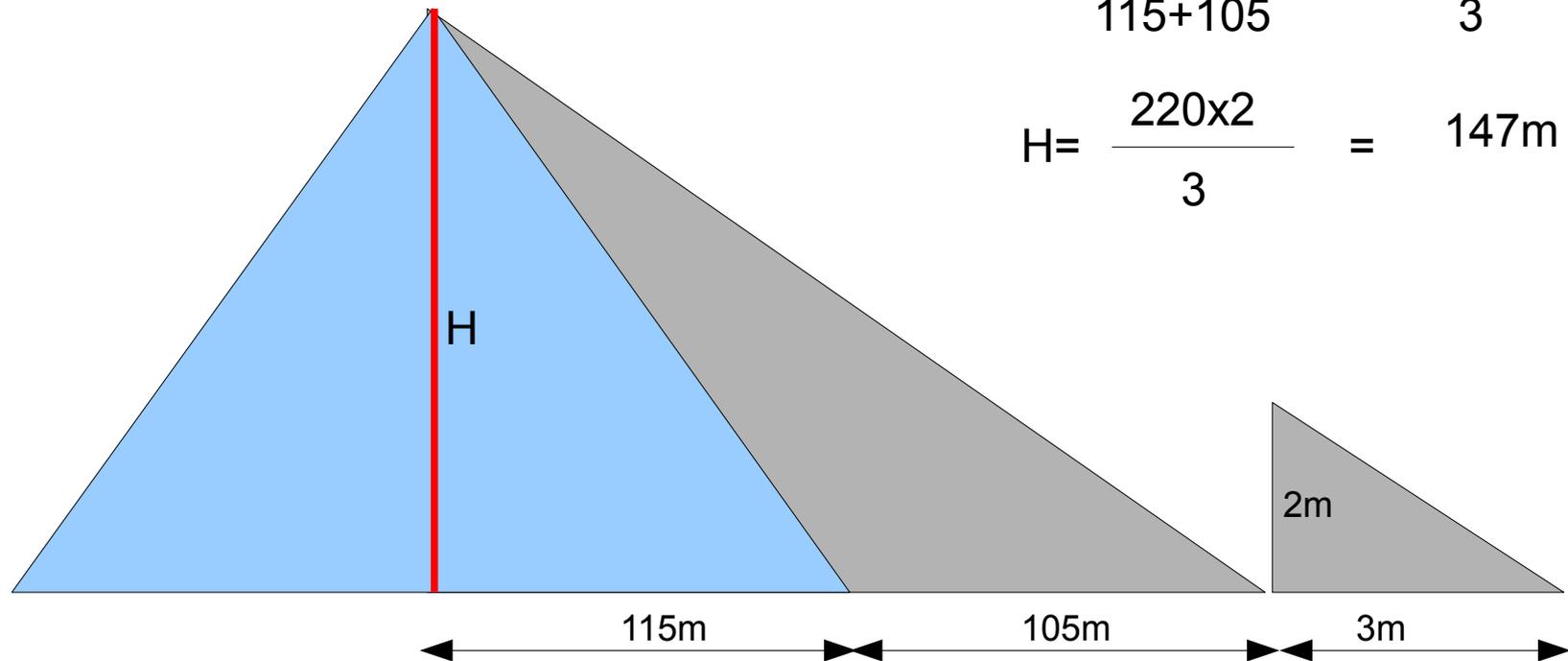
$$H_{\text{arbre}} = \frac{d_{\text{arbre}}}{d_{\text{baton}}} \times h_{\text{baton}}$$



Exemple : l'arbre est à 30m le bâton mesure 2m et il est à 6m de l'observateur. La hauteur de l'arbre est  $(30:6)*2=10\text{m}$

# Application Thalès

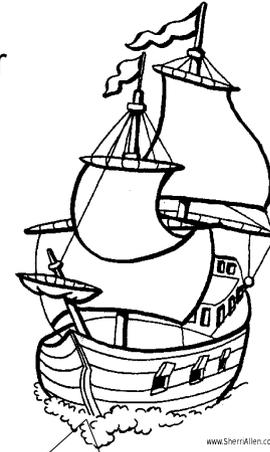
- La légende raconte que Thalès plaça ses ouvriers aux pieds des pyramides, à la limite de l'ombre et mesura ainsi leurs hauteurs



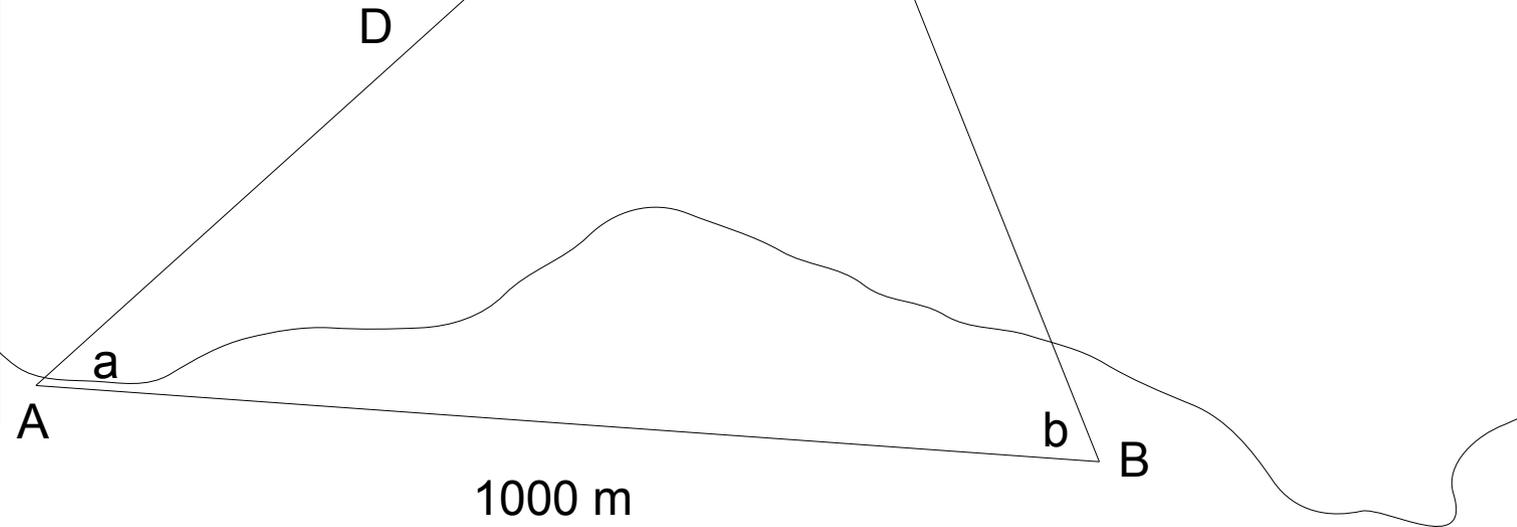
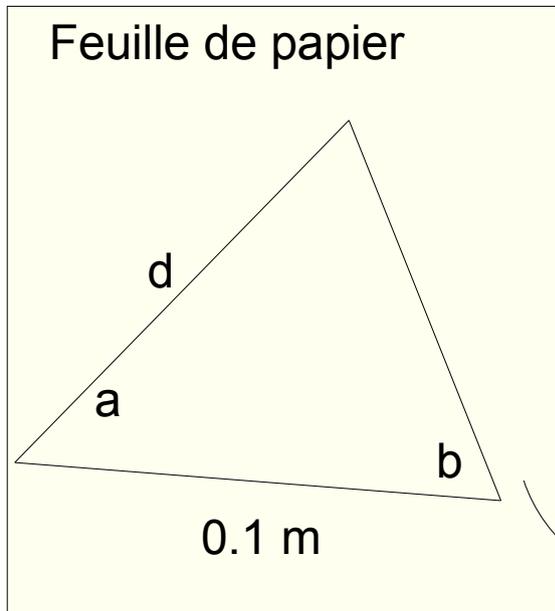
$$\frac{H}{115+105} = \frac{2}{3}$$
$$H = \frac{220 \times 2}{3} = 147\text{m}$$

# Application Thalès

- Une seconde histoire sur Thalès : Mesure de la distance d'un navire par triangulation
- Exercice difficile en pratique car les angles  $a$  et  $b$  resteront très difficile à mesurer jusqu'au (instrument le théodolite)
- Thalès devait dessiner un triangle semblable pour mesurer la distance
- La trigonométrie fournit la solution  $D = AB \times \sin(b) / \sin(a+b)$ . Plusieurs tables gravées dans l'argile montrent que les Babyloniens connaissaient la trigonométrie)



Feuille de papier



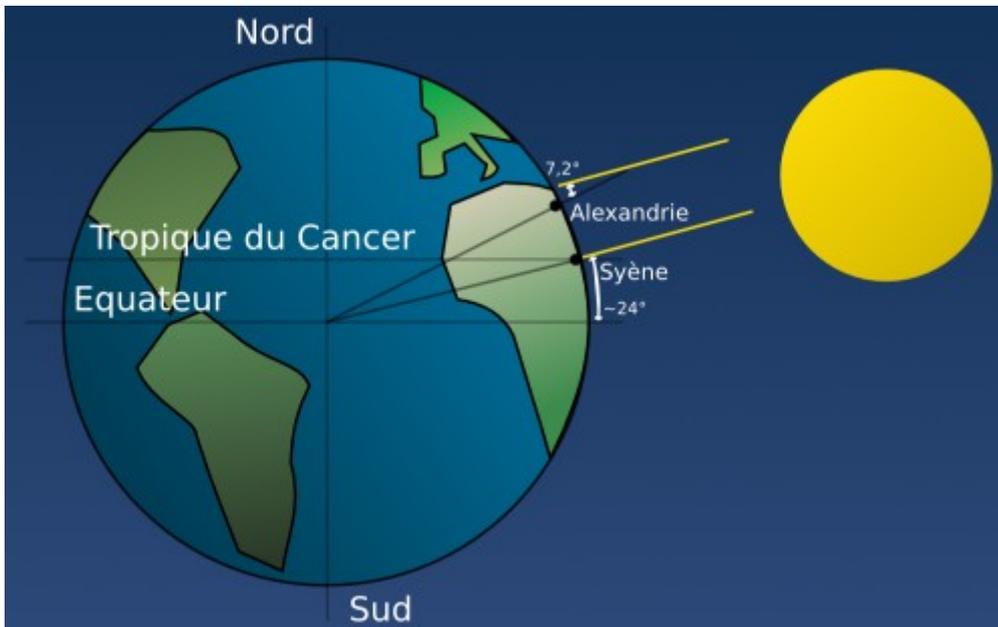
$$D = \frac{1000}{0.1} \times d$$

# Une Terre sphérique

- Le premier à avoir suggéré que la Terre était tout sauf plate est un philosophe Grecque (Anaximander de Milet, élève de Thalès, 611 à 546 avant Jésus Christ). Il proposait une Terre cylindrique courbée du nord au sud. Il expliquait ainsi l'arrivée de nouvelles étoiles lorsqu'on voyageait vers le sud.
- Le premier à avoir imaginé une Terre sphérique est Pythagore de Samos (582 – 497 av. JC) il en fournît 2 preuves :
  - Quand un navire disparaît, la coque disparaît en premier, avant le mat quelque soit la direction du mouvement
  - Les astronomes Grecques avaient compris que les éclipses de Lune étaient provoquées par l'ombre de la Terre. Hors seule une sphère peut projeter une ombre circulaire quelque soit la position relative du Soleil
  - Malgré les preuves, il faudra 2000 ans pour l'admettre

# Une Terre sphérique

- Si la Terre est une sphère, quel est son rayon ?
- Ératosthène (240 av. JC). Il compara l'observation qu'il fit sur l'ombre de deux objets situés en deux lieux, Syène (aujourd'hui Assouan) et Alexandrie, considérés situés sur le même méridien, le 21 juin (solstice d'été) au midi solaire local. C'est à ce moment précis de l'année que dans l'hémisphère nord le Soleil détient la plus haute position au-dessus de l'horizon. Or, dans une précédente observation, Ératosthène avait remarqué qu'il n'y avait aucune ombre dans un puits à Syène (ville située à peu près sur le tropique du Cancer) ; ainsi, à ce moment précis, le Soleil était à la verticale et sa lumière éclairait directement le fond du puits. Ératosthène remarqua cependant que le même jour à la même heure, un obélisque situé à Alexandrie formait une ombre ; le Soleil n'était donc plus à la verticale et l'obélisque avait une ombre décentrée. En comparant l'ombre et l'obélisque, Ératosthène déduisit que l'angle entre les rayons solaires et la verticale était de  $1/50$  d'angle de cercle, soit  $7,2$  degrés.



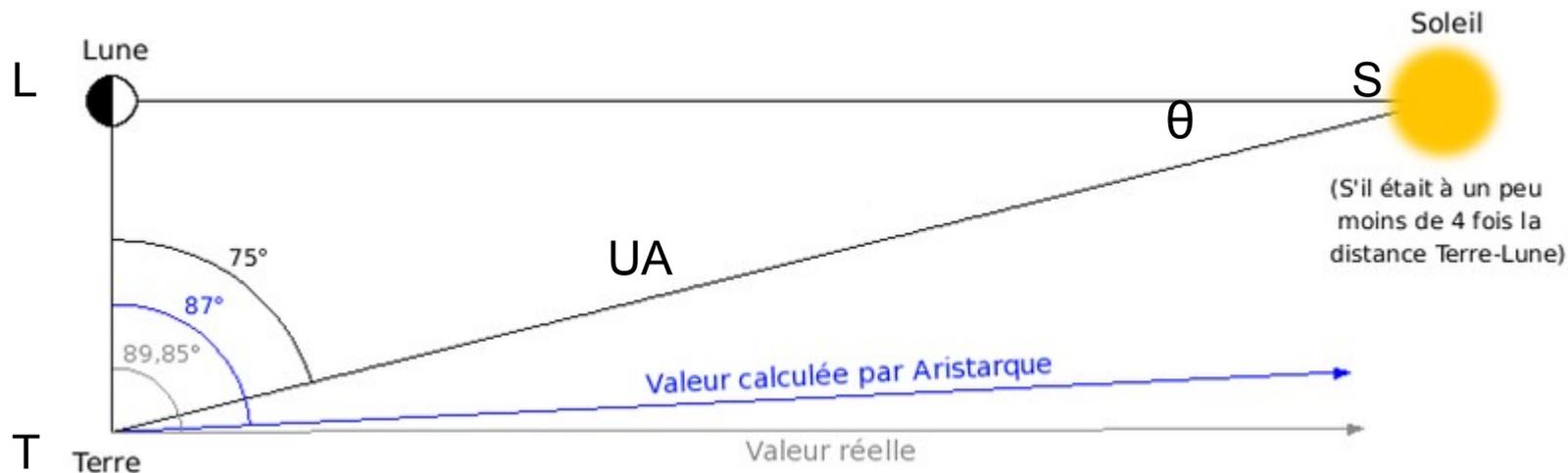
- La distance entre Syene et Alexandrie (5000 stades) représentait donc  $1/50$  de la circonférence terrestre. Il évalua la circonférence de la Terre à 250000 stades ( $50 \times 5000$ ). Si on suppose qu'il a utilisé le stade Égyptien évalué aujourd'hui à 157.5m, on trouve 39375 km (mesures actuelles 40075km).

# Une Terre sphérique

- La valeur obtenue par Ératosthène était très proche de la réalité. Pour le philosophe Grecque Poséidon (135-50 AV. JC) la valeur trouvée par Ératosthène était trop grande, il refît une mesure basée sur les étoiles qui aurait dû être plus précise il trouva 29550 km (assez loin de la valeur réelle). L'erreur de mesure venant probablement du déplacement apparent de la position des étoiles dû aux turbulences atmosphériques. Cette valeur fût acceptée comme plus plausible que celle d'Ératosthène.
- Pendant plus de 1000 ans on enseigna une valeur inférieure de plus de 10000 km à la valeur réelle
- Quand Christophe Colomb voulut rejoindre l'Asie par l'ouest en partant de l'Espagne, il pensait que l'Asie se trouvait à 5 à 7000 km par cette route. Il en manquait plus de 10000.

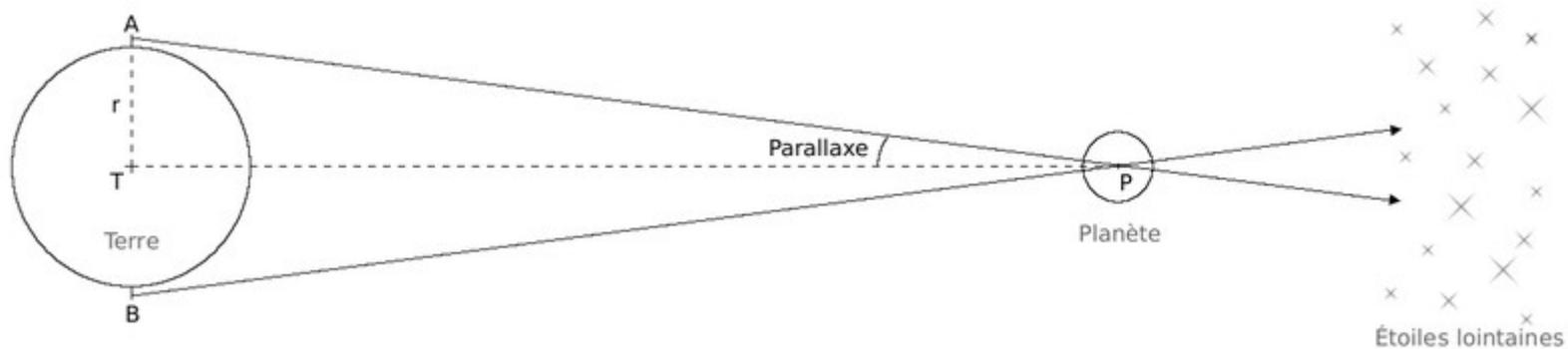
# Seconde étape le système solaire

- Aristarque fût le premier à dire que le mouvement des planètes s'expliquait mieux si le Soleil était au centre. Il inventa plusieurs méthodes pour mesurer les dimensions et la distance pour plusieurs objets du système solaire.
  - Mesure de la distance Terre Soleil
    - Il observe la Lune lors d'un de ses quartiers. L'angle Terre, Lune Soleil est alors droit
    - Il mesure l'angle Lune Soleil Terre. Il trouve  $3^\circ$
    - Il en déduit que le Soleil est 19 fois ( $TS=TL/\sin\theta$ ) plus loin que la Lune
    - Il se trompe d'un facteur 20. Il faudra attendre 1000 ans pour des mesures plus précises qui fixent l'angle  $\theta$  à  $0.15^\circ$ . Ce qui donne le Soleil à une distance 400 fois plus grande que la distance Terre Lune.
    - Le Soleil ayant un diamètre apparent équivalent à celui de la Lune, il est 400 fois plus grand.

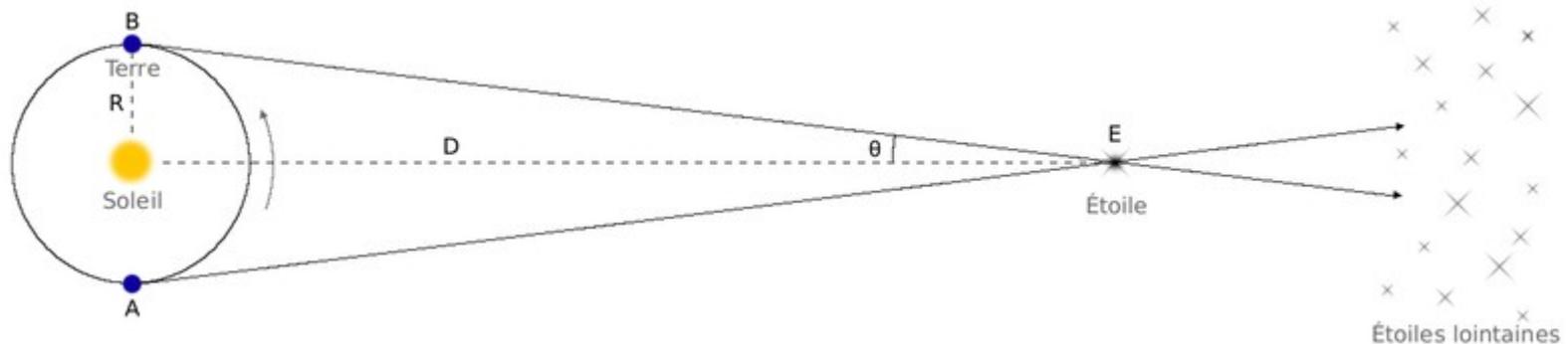


# Seconde étape le système solaire

- Hipparque (190 – 120 AV. JC)
  - Il mesure la distance Terre Lune par la mesure de la parallaxe



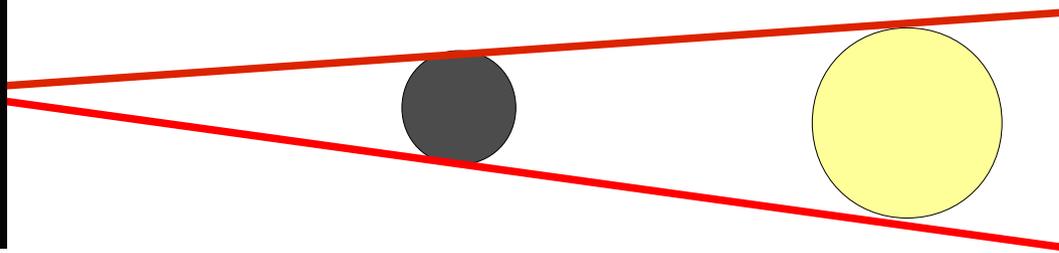
Parallaxe diurne



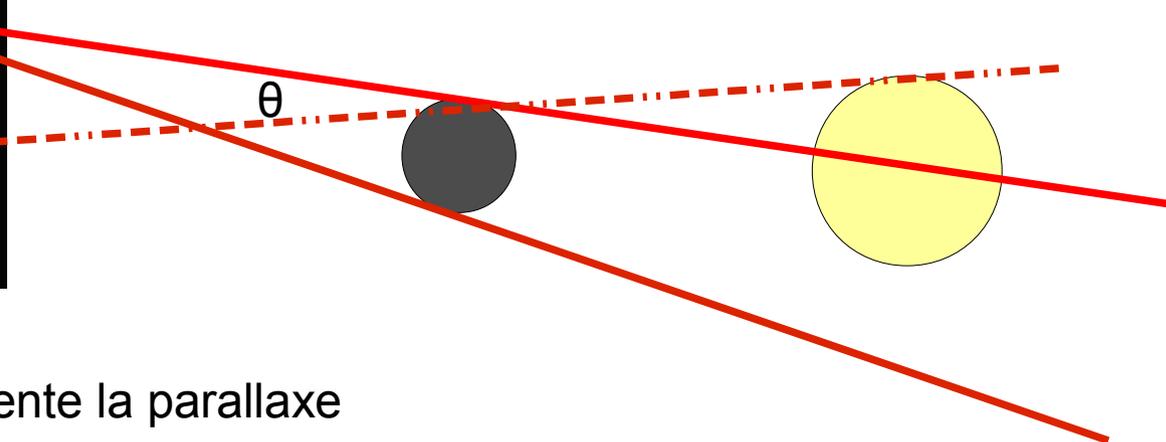
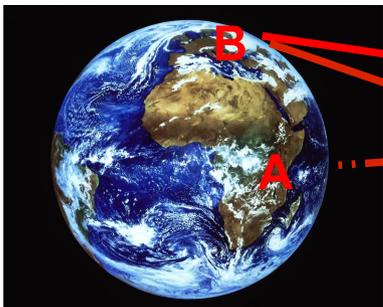
Parallaxe annuelle :  $D=R/\theta$   $\theta$  est exprimé en radian et très petit

# Seconde étape le système solaire

- Mesure d'Hipparque



Entre Hellespont et Alexandrie il constate que 1/5 du Soleil n'est pas éclipsé.



L'angle  $\theta$  représente la parallaxe

# Seconde étape le système solaire

- Mesure d'Hipparque
  - Entre Hellespont et Alexandrie il constate que 1/5 du Soleil n'est pas éclipsé.
  - Il mesura le diamètre apparent de la Lune qu'il estime à 33'15"
  - Comme le Soleil a le même diamètre apparent que la Lune il en déduit que la parallaxe vaut  $33'15''/5$ 
    - Soit 6'40"  $\sim 0.1^\circ$
    - Hipparque estima la distance Terre Lune à 71 rayons terrestres à sa plus petite distance et à 83 rayons terrestres à sa plus grande (entre 452 000 km et 530 000 km)
    - En utilisant les résultats d'Aristarque qui place le Soleil à 400 fois la distance Terre Lune, il place le Soleil entre 180 millions et 212 millions de kilomètres.
    - On sait aujourd'hui que la distance Terre Lune est en moyenne 384400 km et que la distance Terre Soleil vaut (1UA) 150 millions de kilomètres.

Pour en savoir plus : détails des calculs

# Ptolémée

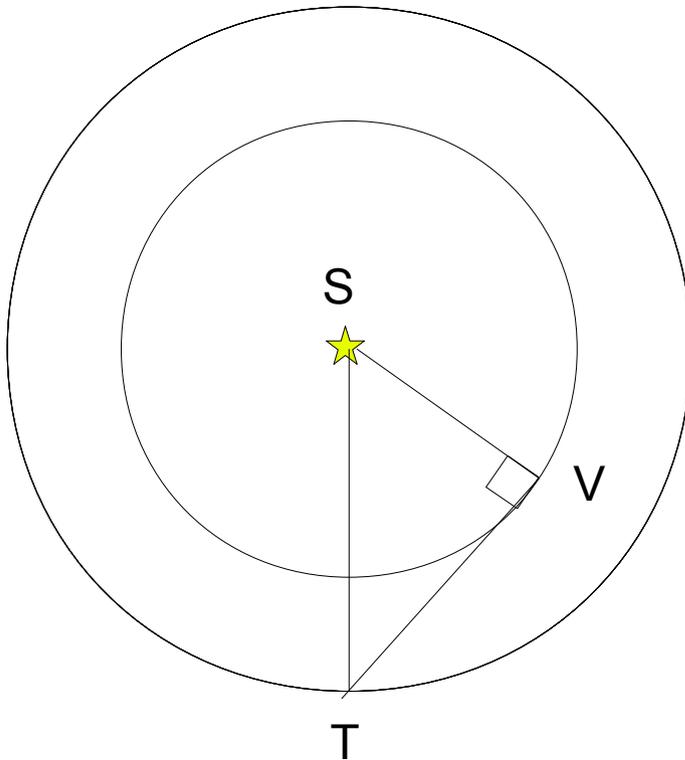
- Ptolémée
  - Il utilise son modèle pour calculer les distances
  - Ses calculs donnent pour la distance Terre Lune 48 rayons terrestres
    - Mais comme nous l'avons vu, il sous estime le rayon terrestre (de près de 1800 km)
    - Il trouve 220000 km
  - Il estime la distance Terre Soleil à 1210 rayons terrestres
    - Il trouve 5 600 000 km
  - Il unifie l'astronomie en construisant un modèle géocentrique qui dominera l'astronomie pendant 1400 ans

# Copernic Kepler et Tycho Brahe

- Le XVI<sup>ème</sup> siècle produira 3 astronomes dignes des Grecques : Copernic, Tycho Brahe et Kepler
  - Nicolas Copernic (1473-1543)
    - Le modèle
      - La Terre tourne sur son axe en 1 jour
      - La Terre tourne autour du Soleil en 1 an
      - Toutes les planètes tournent autour du Soleil
      - La Lune tourne autour de la Terre en 1 mois
      - Les orbites sont des cercles
        - Le modèle à toujours besoin des épicycles pour expliquer la vitesse angulaire des planètes

# Orbite de la Terre et d'une planète inférieure selon Copernic

S: Soleil  
V: Vénus  
T: Terre



ST : distance Terre Soleil=1UA  
SV : Distance Soleil Venus  
 $T_{\max}$  : Élongation maximale de Vénus= $46^{\circ}18'$

$$\sin t = SV/ST$$
$$SV=ST \times \sin t_{\max}$$

Rappels mathématiques

A

$$\sin a = BC/AC$$

B

C

Il suffit de mesurer l'élongation maximale

$$\sin 46^{\circ}18' = 0.723$$

Distance Vénus Soleil= 0.723 UA  
Valeur correcte exprimée en UA

Les distances sont toujours relatives à l'unité astronomique qui est estimée par Copernic à 1142 rayons terrestres soit ~ 7 millions de kilomètres (si on prend la valeur connue aujourd'hui pour le rayon terrestre 6371 km).

# Tycho Brahe

- Tycho Brahe 1546-1601
  - Célèbre en 1572 lorsqu'il découvre une nova (nouvelle étoile)
  - Il dispose des meilleurs instruments de l'époque
  - Il constitue des tables des mouvements des planètes très précises
  - Il mesure la position des étoiles avec une précision plus faible que 1' d'arc
  - Il déduit des mesures de parallaxes que les étoiles se situent à 7 850 000 rayons terrestres
  - Il trouve cette distance complètement absurde et utilise cet argument contre le système Copernicien

# Johannes Kepler

- Johannes Kepler (1571-1630)
  - Kepler exploite les mesures de Tycho Brahe
  - Il se rend compte que le modèle de Copernic avec tous ses épicycles ne fonctionne pas. Les prédictions du modèle ne rendent pas compte des observations de Tycho Brahe
  - Kepler rompt avec 2000 ans de croyance sur les orbites parfaitement circulaires des planètes
  - C'est la première loi de Kepler
  - Il énonce 3 lois
    - La loi des orbites
    - La loi des aires
    - La loi des périodes

# Lois de Kepler

- Loi des orbites
  - Les planètes du système solaire décrivent des orbites elliptiques dont le Soleil occupe l'un des foyers (**plus besoin d'épicycles**)

A: Aphélie

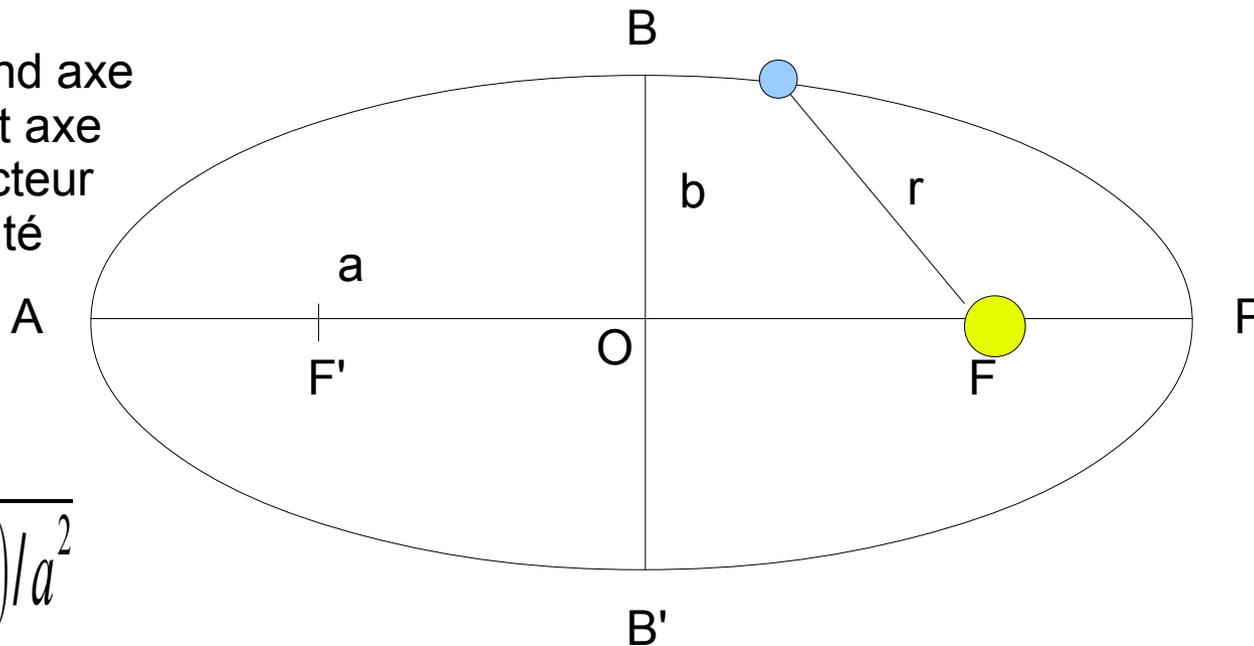
P: Périhélie

a: Demi grand axe

b: Demi petit axe

r: Rayon vecteur

e: Excentricité

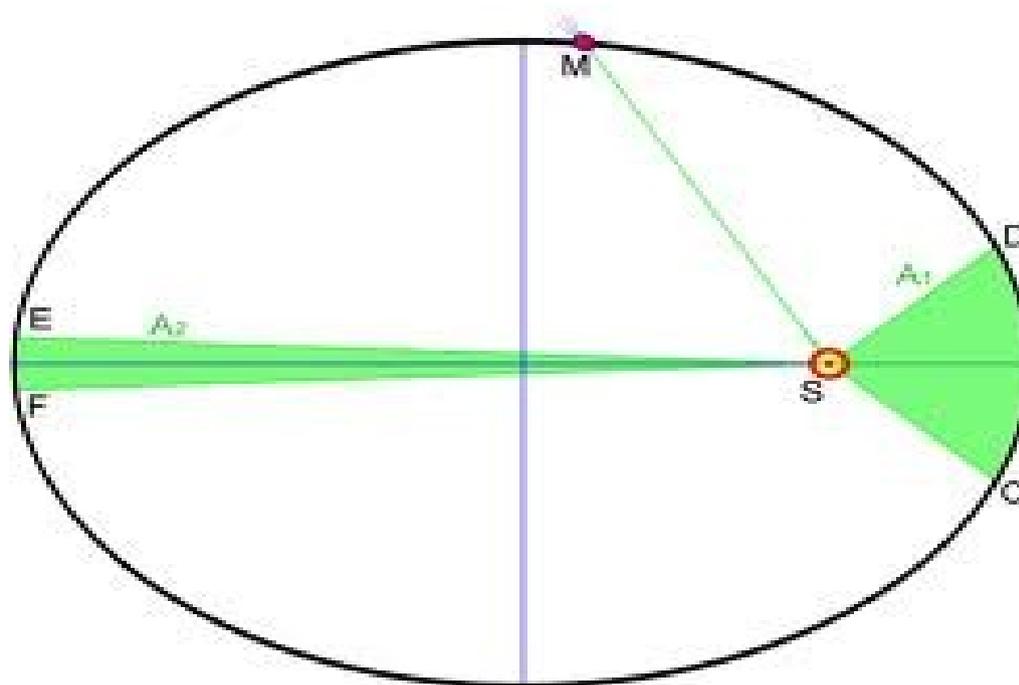


$$e = \sqrt{(a^2 - b^2) / a^2}$$

# Lois de Kepler

- Lois de aires

- Si  $S$  est le Soleil et  $M$  une position quelconque d'une planète, l'aire balayée par le segment  $[SM]$  entre deux positions  $C$  et  $D$  est égale à l'aire balayée par ce segment entre deux positions  $E$  et  $F$  si la durée qui sépare les positions  $C$  et  $D$  est égale à la durée qui sépare les positions  $E$  et  $F$ . La vitesse d'une planète devient donc plus grande lorsque la planète se rapproche du Soleil. Elle est maximale au voisinage du rayon le plus court (périhélie) et minimale au voisinage du rayon le plus grand (aphélie).



# Lois de Kepler

- Loi des périodes

- Le carré de la période sidérale  $P$  d'une planète (temps entre deux passages successifs devant une étoile lointaine) est directement proportionnel au cube du demi-grand axe  $a$  de la trajectoire elliptique de la planète. La constante de proportionnalité est la même pour tout le système solaire :

$$k = (2\pi/P)^2 * a^3$$

$a$ : demi grand axe  
 $P$ : période sidérale  
 $k$ =constante  
 $\pi=3.14159265359$

- Newton

- Les lois de la gravitation universelle énoncées par Isaac Newton permettent de déterminer la constante  $k$  en fonction de la constante gravitationnelle  $G$ , de la masse du Soleil  $M$  et de la masse de la planète  $m$  gravitant autour du Soleil selon :

$$k = G(M + m)$$

$M \gg m \longrightarrow k = GM$

Constante gravitationnelle  
(Universelle)

$$G = 6.67384 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

- Kepler en unités naturelles

- $P$  en années
  - $a$  en UA
- $$P^2 = a^3$$

# Application de la loi des périodes

- Application de la loi des périodes
  - Comme nous l'avons vu si  $P$  est exprimé en années et  $a$  en unités astronomiques (UA) alors :

$$P^2 = a^3$$

- $P$  est très simple à mesurer, on peut donc connaître toutes les distances des planètes (en UA) en mesurant leurs périodes sidérales

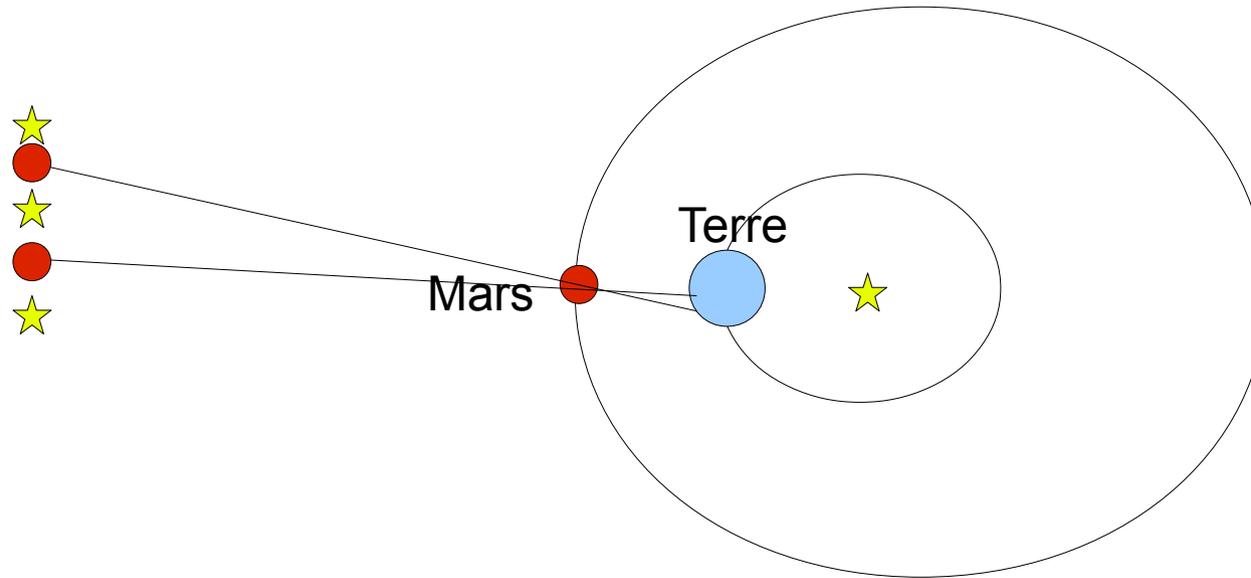
	P Année Mesure	$P^2/a^3=1$ Calcul	a en UA Résultat
Mercure	0,24	1	0,39
Vénus	0,61	1	0,72
Terre	1	1	1
Mars	1,88	1	1,52
Jupiter	11,9	1	5,2
Saturne	29,5	1	9,55
Uranus	84	1	19,22
Neptune	164,8	1	30,11

- On peut construire le tableau ci-contre en utilisant la loi des période, beaucoup plus simplement qu'en utilisant la méthode de Copernic.
- **Avec les lois de Kepler, les épicycles ne sont plus nécessaires**
- Par contre on en est toujours à Hipparque pour la mesure de l'UA avec la méthode des éclipses
- Il faudra attendre l'invention du télescope pour déterminer la valeur de l'UA

# Le télescope

- Personne n'est certain de quand le premier télescope a été fabriqué ni du nom de son inventeur
- Hans Lipperhey, un allemand "Spectacle Maker" est crédité du brevet de l'invention en 1608.
- Galilée fût crédité de l'invention, mais c'est faux. Il fût le premier utilisateur à comprendre ce qu'il voyait lors de l'utilisation du télescope en astronomie
  - Il construisît son propre instrument
  - Il comprît très vite l'importance militaire de ce dernier
  - Il le présenta au Doge Leonardo Denato en 1609 à Venise
  - Il découvre les cratères de la Lune
  - Il étudie les planètes qui apparaissent comme un disque au télescope
  - Il en déduit que les planètes sont comme la Terre mais très distante
  - Le 7 Janvier 1610, il pointe son télescope vers Jupiter et voit trois points de faible luminosité. La nuit suivante il constate que ces points ont changé de position relativement à Jupiter. Le 13 Janvier il remarque un quatrième point. Ces quatre point sont des satellites de Jupiter, il en déduit que:
    - Que le système solaire contient des objets que personne ne soupçonnait
    - Bien qu'aucune observation ne validait le modèle de Copernic, le modèle devenait plausible et que Jupiter et ses satellites en étaient une preuve
  - En 1616 la thèse copernicienne, ainsi que celle de Galilée sont censurées par l'église
  - En 1623 l'ami de Galilée le cardinal Maffeo Barberini est élu Pape sous le nom de Urbain VIII. Galilée est autorisé à publier *Saggiatore* (l'essayeur : traité sur les comètes) qu'il dédie au nouveau Pape.
  - En 1632 il publie *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, *dialogue entre Sialviati le savant et Simplicio*, où il raille sensiblement le géocentrisme de Ptolémée
  - En 1633 il sera accusé d'hérésie et condamner à abjurer et à maudire ses erreurs contraires aux doctrines de l'église

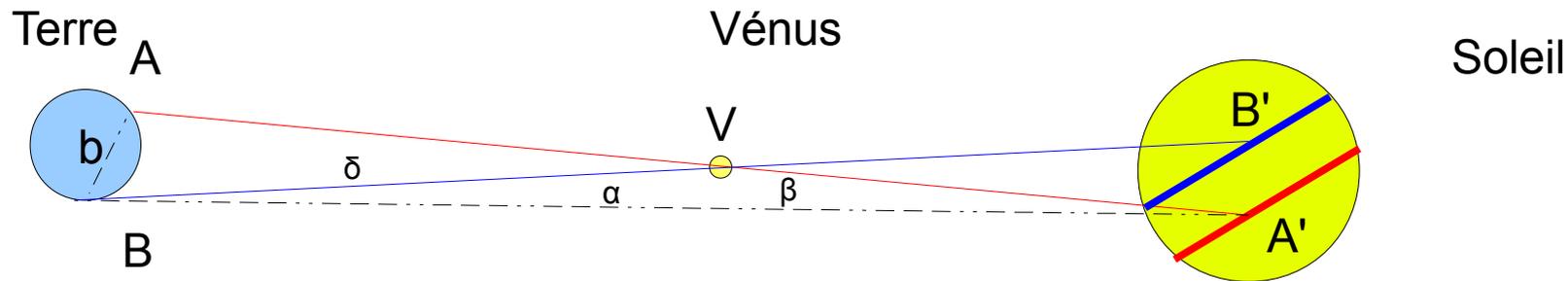
# Mesure de l'unité astronomique



Lors d'une opposition périhélique Mars est à 0.37 fois la distance moyenne Terre Soleil  
La parallaxe de Mars lors de cette opposition est donc  $1/0.37=2.5$  fois plus grande que celle du Soleil

- L'Académie des Sciences dirigée par Domenico Cassini (1625-1712) décide de financer une expédition à Cayenne pour observer l'opposition de Mars de 1672. Cassini pense qu'avec  $43^\circ$  de différence de latitude, l'effet de parallaxe serait évident. Jean Richer (1630-1696) part pour Cayenne et Cassini reste à Paris pour effectuer la même mesure
- En 1673 Richer de retour de Cayenne et après analyse des résultats avec Cassini, on trouve  $25''$  de parallaxe soit pour le Soleil,  $25/2.5=10''$ . Ce qui donne pour l'UA 21600 rayon terrestre soit 137 millions de kilomètres
- En appliquant la troisième loi de Kepler ils estiment la distance de Saturne (dernière planète connue à l'époque) à 1300 millions de km. Soudainement la taille de l'Univers est multiplié par 20.

# Mesure de l'unité astronomique



Mesure de l'unité astronomique par les transit de Vénus. Les transit de Vénus se produisent par paire tous les 8 ans espacés alternativement de 105.5 ans et 121.5 ans. Méthode initiée par Edmond Halley (1656-1742). La méthode pourra être utilisée le 6 Juin 1761 et le 3 Juin 1769.

A partir de la figure on démontre facilement (en partant de  $D_{TS} = b/\beta$ ) en utilisant les résultats de Kepler et les angles que  $D_{TS}$  (Distance Terre Soleil,  $\alpha$  en radian) :

$$D_{TS} = b/0.383 \alpha$$

Le 3 Juin 1769, le transit de vénus observe en Suède et a Tahiti ( $b=13400$  km) donne  $\alpha=0.782'$  d'arc soit  $2.28 \times 10^{-4}$  rad.

$$D_{TS} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

# Pour aller plus loin : démonstration de la méthode des transits de Vénus

$D_{TS} = b/\beta$       Formule de la parallaxe du soleil entre A et B avec  $\beta$  en radians

$D_{TV} = b/\delta$       Formule de la parallaxe du Vénus entre A et B avec  $\beta$  en radians

Soit :

$$\beta = D_{TV} \times \delta / D_{TS}$$

$$\alpha = A' B' / D_{TS} = D_{VS} \times \delta / D_{TS}$$

On en déduit que

$$\beta = \alpha D_{TV} / D_{VS}$$

$$D_{TV} / D_{VS} = (1 - 0.723) / 0.723 = 0.383$$

$$D_{TS} = b / 0.383 \alpha$$

# Conclusion

- Voilà comment il fallût près de 2000 ans d'histoire, en utilisant, l'observation, la géométrie et des calculs assez simples, pour :
  - Obtenir un modèle rendant compte des observations dans le système solaire
  - Mesurer le rayon de la Terre
  - Mesurer la distance Terre Lune
  - Connaître les distances des planètes. D'abord à partir d'unités naturelles telles que l'unité astronomique. Puis en km, entraînant la comparaison avec des distances terrestres et la prise de conscience de la dimension du système solaire
- L'unité Astronomique était donc connue de manière assez précise vers la fin du 18<sup>ème</sup> siècle
- Ce n'était que le début de l'histoire...